أسئلة الوزارة
الرياضيات



الوحدة الرابعة

٤

الأعداد المركبة

جيل ٢٠٠٩

٣٠ سؤال من امتحانات الوزارة ٢٠٢٢–٢٠٢٦
مفحوصة من الكتاب

✓ جرّب أولاً · الإجابات والشرح في آخر الملف

الموضوع ١: الأعداد المركبة

1 وزارة ٢٠٢٦ العام

إذا كان: $z = 2 + ib$، حيث $b < 0$، وكان: $|z| = 4$، فإنّ الصورة المثلثية للعدد المركّب z هي:

a) $4\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$

b) $4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$

c) $4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$

d) $4\left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)$

2 وزارة ٢٠٢٦ العام

إذا كان: $z_1 = \sqrt{3} - i$ ، $z_2 = -3 - 3i$، فإنّ قياس الزاوية الصغرى المحصورة بين z_1 و z_2 هو:

a) $\frac{3\pi}{4}$

b) $\frac{\pi}{2}$

c) $\frac{11\pi}{12}$

d) $\frac{7\pi}{12}$

3 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

ملحوظة: في جميع الفقرات من 18 إلى 25، فإن $\sqrt{-1} = i$ حيثما وردت.

إذا كان: $z = 1 - 3i$ ، و $w = 1 + i$ ، فاعتمد ذلك للإجابة عن الفقرتين (21) و (22) الآتيتين:

قيمة $(Arg(z - w))$ هي:

a) $-\frac{\pi}{2}$

b) $\frac{\pi}{2}$

c) $-\frac{\pi}{4}$

d) $\frac{\pi}{4}$

4 وزارة ٢٠٢٤ التكميلي

إذا كان: $i = \sqrt{-1}$ ، فإنّ ناتج $2i \times \sqrt{-9}$ في أبسط صورة هو:

a) 6

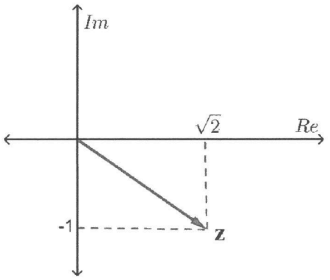
b) -6

c) 6i

d) -6i

5 وزارة ٢٠٢٤ التكميلي

يُبيّن الشكل الآتي التمثيل البياني للعدد المُركّب z . إنّ مرافق z هو:



a) $\bar{z} = \sqrt{2} - i$

b) $\bar{z} = \sqrt{2} + i$

c) $\bar{z} = -1 - i\sqrt{2}$

d) $\bar{z} = -1 + i\sqrt{2}$

6 وزارة ٢٠٢٤ التكميلي

سعة العدد المركب: $z = -5 - 5i$ هي:

a) $\frac{3\pi}{4}$

b) $\frac{\pi}{4}$

c) $-\frac{\pi}{4}$

d) $-\frac{3\pi}{4}$

7 وزارة ٢٠٢٤ العام

ملحوظة: في جميع الفقرات من 18 إلى 25 ، فإنّ $i = \sqrt{-1}$ حيثما وردت.

قيمة $\left(i^{21} \times \sqrt{-12}\right)$ في أبسط صورة ، هي:

a) $2i\sqrt{3}$

b) $-2i\sqrt{3}$

c) $2\sqrt{3}$

d) $-2\sqrt{3}$

8 وزارة ٢٠٢٤ العام

إذا كان: $z = -1 + ai$ ، حيث $|z| = 2$ ، فإنّ القيمة الموجبة للثابت a ، هي:

a) $\sqrt{2}$

b) 2

c) $\sqrt{3}$

d) 3

9 وزارة ٢٠٢٤ العام

إذا كان: $\text{Arg}(3+2i)=\alpha$ rad ، فإنّ $\text{Arg}(2+3i)$ ، هي:

(a) $\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ rad

(b) $\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$ rad

(c) $(\pi-\alpha)$ rad

(d) $(\alpha-\pi)$ rad

10 وزارة ٢٠٢٤ التكميلي

* ملحوظة: في جميع الفقرات من 18 إلى 25 ، فإنّ $i=\sqrt{-1}$ حيثما وردت.

قيمة: $\sqrt{\frac{-9}{32}}\times 16\,i^{13}$ في أبسط صورة هي:

(a) $-6\sqrt{2}$

(b) $6\sqrt{2}$

(c) $6i\sqrt{2}$

(d) $-6i\sqrt{2}$

الموضوع ٢: العمليات على الأعداد المركبة

11 وزارة ٢٠٢٦ العام

إذا كان: $w=-2+10i$ ، $z=2+3i$ ، فاعتمد ذلك للإجابة عن الفقرة الآتية:

ناتج $z+iw+12$ هو:

(a) $4+i$

(b) $24+5i$

(c) $24+i$

(d) $4+5i$

12 وزارة ٢٠٢٦ العام

إذا كان: $w=-2+10i$ ، $z=2+3i$ ، فاعتمد ذلك للإجابة عن الفقرة الآتية:

ناتج zw هو:

(a) $26-14i$

(b) $-34-14i$

(c) $-34+14i$

(d) $26+14i$

13 وزارة ٢٠٢٦ العام

إذا كان: $z = \frac{b+9i}{1+bi}$، فإنّ القيمتين المُمكنتين للثابت b اللّتين تجعلان z عددًا حقيقيًّا هما:

a) ± 2

b) ± 3

c) ± 4

d) ± 1

14 وزارة ٢٠٢٦ العام

المعادلة التربيعية التي أحد جذريها العدد المركّب $(1 - 2i)$ هي:

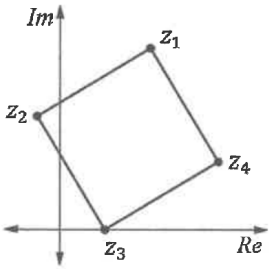
a) $x^2 - 2x + 5 = 0$

b) $x^2 + 2x + 5 = 0$

c) $x^2 - 5x + 2 = 0$

d) $x^2 + 5x + 2 = 0$

15 وزارة ٢٠٢٥ العام



أ) $52 + 68i$

ب) $4 + 68i$

ج) $-16 + 76i$

د) $44 + 76i$

16 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

ملحوظة: في جميع الفقرات من 18 إلى 25، فإن $\sqrt{-1} = i$ حيثما وردت.

إذا كان: $z = 3 - 2i$ ، فإن $|z^2|$ هو:

a) 11

b) 12

c) 14

d) 13

17 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

ملحوظة: في جميع الفقرات من 18 إلى 25، فإن $\sqrt{-1} = i$ حيثما وردت.

ناتج $\frac{2+8i}{-2i}$ بالصورة القياسية هو:

a) -4 + i	b) 4 - i
c) -4 - i	d) 4 + i

18 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

ملحوظة: في جميع الفقرات من 18 إلى 25، فإن $\sqrt{-1} = i$ حيثما وردت.

إذا كان: $a - 3i$ هو أحد جذور المعادلة: $x^2 - 8x + b = 0$ ، حيث a و b عددان حقيقيان، فإنّ قيمة b هي:

a) -4	b) 7
c) 25	d) -1

19 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

ملحوظة: في جميع الفقرات من 18 إلى 25، فإن $\sqrt{-1} = i$ حيثما وردت.

إذا كان: $z_1 = 3 + pi$ ، و $z_2 = 5 + i\sqrt{11}$ ، وكان: $|z_1 z_2| = 30$ ، فإنّ القيمتين الممكنتين للثابت p هما:

a) ± 2	b) ± 6
c) ± 4	d) ± 8

20 وزارة ٢٠٢٤ التكميلي

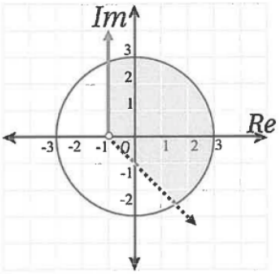
قِيَم كلّ من x, y الحقيقية التي تُحقّق المعادلة: $8 + 9i = x + 2iy - 1 - 5i$ هي:

a) $y = 9$, $x = 7$	b) $y = \frac{9}{2}$, $x = 14$
c) $y = 7$, $x = 9$	d) $y = 14$, $x = \frac{9}{2}$

الموضوع ٣: المحل الهندسي في المستوى المركب

21 وزارة ٢٠٢٦ العام

نظام المتباينات (بدلالة z) الذي يُمثّل المحل الهندسي المُمثّل بالمنطقة المظلّلة في الشكل الآتي هو:



a) $\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z-1) \leq \frac{\pi}{2}, |z| \leq 3$

b) $-\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z+1) \leq \frac{\pi}{2}, |z| \leq 3$

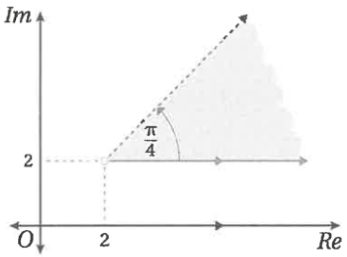
c) $-\frac{\pi}{4} < \text{Arg}(z+1) \leq \frac{\pi}{2}, |z| \leq 3$

d) $\frac{\pi}{4} < \text{Arg}(z-1) \leq \frac{\pi}{2}, |z| \leq 3$

22 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

ملحوظة: في جميع الفقرات من 18 إلى 25، فإن $\sqrt{-1} = i$ حيثما وردت.

متباينة المحلّ الهندسي (بدلالة z) التي تُمثّل المنطقة المظلّلة في الشكل الآتي هي:



a) $0 < Arg(z+2+2i) \leq \frac{\pi}{4}$

b) $0 \leq Arg(z+2+2i) < \frac{\pi}{4}$

c) $0 < Arg(z-2-2i) \leq \frac{\pi}{4}$

d) $0 \leq Arg(z-2-2i) < \frac{\pi}{4}$

23 وزارة ٢٠٢٤ العام

إذا كان: $f(x) = e^x - 3x$ ، فإنّ الإحداثي x للنقطة التي يكون عندها المماس موازيًا للمستقيم الذي معادلته: $4x + 2y + 2 = 0$ ، هو:

(a $\ln 5$	(b $\ln 7$
(c 0	(d 1

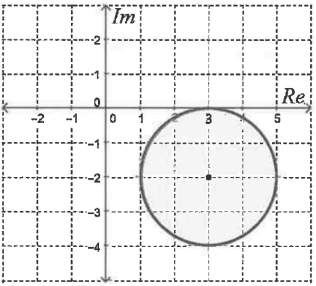
24 وزارة ٢٠٢٤ العام

إذا كانت: $A(1,2), B(0,-1)$ نقطتين في المستوى الإحداثي، فإنّ النقطة C الواقعة على المستقيم الذي معادلته: $y = x + 2$ بحيث يكون: $(BC)^2 + (AC)^2$ أقلّ ما يمكن، هي:

(a $(1,3)$	(b $(-\frac{3}{4}, \frac{5}{4})$
(c $(0,2)$	(d $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

25 وزارة ٢٠٢٤ التكميلي

المتباينة (z بدلالة) التي تُمثّل المحلّ الهندسي المُمثّل بيانيًّا في الشكل الآتي هي:



(a $\lvert z - 2 + 3i \rvert \leq 2$	(b $\lvert z - 3 + 2i \rvert \leq 2$
(c $\lvert z - 2 - 3i \rvert \leq 2$	(d $\lvert z - 3 - 2i \rvert \leq 2$

26 وزارة ٢٠٢٣ العام

ما القيمة العظمى لسعة الأعداد المركبة z التي تحقق المعادلة: $|z+1-i\sqrt{3}|=1$ ؟

a) $\frac{5\pi}{6}$

b) $\frac{7\pi}{6}$

c) $\frac{\pi}{6}$

d) $\frac{\pi}{3}$

27 وزارة ٢٠٢٣ العام

تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى الإحداثي بحيث تبعد بعدًا ثابتًا مقداره ٤ وحدات عن النقطة الثابتة ك(-٢ ، ٣). ما معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة و ؟

$(س+٢)^{٢}+(ص-٣)^{٢}=٤$

$(س+٢)^{٢}+(ص-٣)^{٢}=١٦$

$(س-٢)^{٢}+(ص+٣)^{٢}=٤$

$(س-٢)^{٢}+(ص+٣)^{٢}=١٦$

28 وزارة ٢٠٢٣ العام

دائرة مركزها النقطة (١ ، ٢) ، وتمس محور الصادات ، ما معادلة هذه الدائرة ؟

$(س-١)^{٢}+(ص-٢)^{٢}=١$

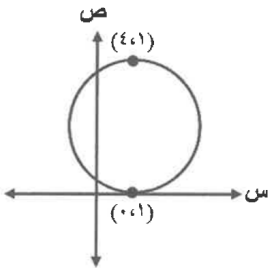
$(س-١)^{٢}+(ص-٢)^{٢}=٢$

$(س-٢)^{٢}+(ص-١)^{٢}=٢$

$(س-٢)^{٢}+(ص-١)^{٢}=١$

29 وزارة ٢٠٢٢ التكميلي

معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل دائرة تمس محور السينات عند النقطة (١،٠) وتمر بالنقطة (١،٤) ، ما معادلة هذه الدائرة؟



أ) $(س - ١)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٤$

ب) $(س - ١)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٢$

ج) $(س - ١)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} = ٤$

د) $(س - ٢)^{٢} + (ص - ١)^{٢} = ٢$

30 وزارة ٢٠٢٢ التكميلي

ما معادلة المحل الهندسي للنقطة ن(س،ص) المتحركة في المستوى ، والتي يكون بُعدها عن محور الصادات مساويًا لبُعدها عن النقطة (١ − ،د(٢ ؟

أ) $(س - ٤)(ص + ١)^{٢} = ١$

ب) $(س - ٤)(ص + ١)^{٢} = ٢$

ج) $(س + ٤)(ص + ١)^{٢} = ١$

د) $(س + ٤)(ص + ١)^{٢} = ٢$

مفتاح الإجابات

1 ب	2 د	3 أ	4 ب	5 ب
6 د	7 د	8 ج	9 أ	10 أ
11 أ	12 ج	13 ب	14 أ	15 ب
16 د	17 أ	18 ج	19 ج	20 ج
21 ج	22 د	23 ج	24 د	25 ب
26 أ	27 ب	28 أ	29 ج	30 أ

الحل والشرح

1 ب) (b) $4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$ من $4+b^2=16$ و $b<0$: $b=-2\sqrt{3}$، فالعدد في الربع الرابع و $\operatorname{Arg}(z)=\tan^{-1}(-\sqrt{3})=-\frac{\pi}{3}$ والمقياس 4.

2 د) (d) $\operatorname{Arg}(z_1)=-\frac{\pi}{6}$ $\frac{7\pi}{12}$ (الربع الرابع) و $\operatorname{Arg}(z_2)=-\frac{3\pi}{4}$ (الربع الثالث). الفرق $=-\frac{\pi}{6}+\frac{3\pi}{4}=$ $\frac{7\pi}{12}$ وهو أصغر من π فهي الزاوية الصغرى.

3 أ) (a) $z-w=(1-1)+(-3-1)i=-4i$ $-\frac{\pi}{2}$، وهو على الجزء السالب من المحور التخيلي. السعة تُقاس من المحور الحقيقي الموجب، وتكون سالبة مع دوران عقارب الساعة، فهي $-\frac{\pi}{2}$.

4 ب) -6 (b) نكتب $\sqrt{-9}=3i$ أولًا، ثم نضرب: $2i\times 3i=6i^2=6(-1)=-6$. لا نستعمل $\sqrt{ab}=$ $\sqrt{a}\sqrt{b}$ للأعداد السالبة.

5 ب) (b) $\bar{z}=\sqrt{2}+i$ من الشكل $z=\sqrt{2}-i$ (الجزء الحقيقي $\sqrt{2}$ والتخيلي -1). المرافق يغيّر إشارة الجزء التخيلي فقط: $\bar{z}=\sqrt{2}+i$.

6 د) (d) العدد $-5-5i$ في الربع الثالث وزاويته المرجعية $\tan^{-1}\frac{5}{5}=\frac{\pi}{4}$ السعة الرئيسة تقع في $(-\pi,\pi]$ فتكون $-\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{3\pi}{4}$

7 د) (d) $i^{21}=(i^2)^{10}\,i=i$ و $\sqrt{-12}=i\sqrt{12}=2i\sqrt{3}$ الناتج $i\times 2i\sqrt{3}=2i^2\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$ $-2\sqrt{3}$

8 **ج) c)** $|z| = \sqrt{(-1)^2 + a^2} = 2\sqrt{3}$ فيكون $1 + a^2 = 4$ و $a^2 = 3$، والقيمة الموجبة هي $a = \sqrt{3}$.

9 **أ) a)** $\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ rad العدد $2 + 3i$ في الربع الأول وسعته $\alpha = \tan^{-1}\frac{2}{3}$ أمّا $2 + 3i$ فسعته $\tan^{-1}\frac{3}{2}$. الزاويتان متتامتان (مجموعهما $\frac{\pi}{2}$)، فتكون سعة $2 + 3i$ هي $\frac{\pi}{2} - \alpha$.

10 **أ) a)** $-6\sqrt{2}$ الناتج $\sqrt{-\frac{9}{32}} = i \cdot \frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{8}i$ و $i^{13} = (i^2)^6\, i = i$ $-6\sqrt{2}$ $16 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{8}i \cdot i = 6\sqrt{2}\, i^2 =$

11 **أ) a)** $4 + i$ فـ $iw = i(-2 + 10i) = -10 - 2i$ $4 + i$ $z + iw + 12 = (2 - 10 + 12) + (3 - 2)i =$

12 **ج) c)** لأنّ $zw = (2 + 3i)(-2 + 10i) = -4 + 20i - 6i + 30i^2 = -34 + 14i$ $-34 + 14i$ $i^2 = -1$.

13 **ب) b)** ± 3 بالضرب في المرافق $1 - bi$: $z = \frac{10b + (9 - b^2)i}{1 + b^2}$ يكون z حقيقيًا عندما يكون الجزء التخيلي صفرًا: $9 - b^2 = 0$ فـ $b = \pm 3$.

14 **أ) a)** $x^2 - 2x + 5 = 0$ الجذر الآخر هو المرافق $1 + 2i$؛ المجموع $2 =$ والحاصل $5 = 1 + 4 =$، فالمعادلة $x^2 - 2x + 5 = 0$.

15 **ب)** $4 + 68i$ من الشكل: $z_3 = 2$ و$z_2 = -1 + 5i$، فالضلع من z_3 إلى z_2 هو $-3 + 5i$. الضلع الآخر من z_3 عمودي عليه ويساويه طولًا: $3i + 5$، فـ$z_4 = 2 + (5 + 3i) = 7 + 3i$ و $z_1 = z_2 + (5 + 3i) = 4 + 8i$. الضرب: $(4 + 8i)(7 + 3i) = 28 + 12i + 56i - 24 = 4 + 68i$.

16 **د) 13 d)** مقياس حاصل ضرب عددين مركبين يساوي حاصل ضرب مقياسيهما، فـ $|z^2| = |z|^2$. و$|z|^2 = 3^2 + (-2)^2 = 13$.

17 **أ) i + 4- a)** نضرب البسط والمقام في مرافق المقام $2i$: $\frac{(2+8i)(2i)}{(-2i)(2i)} = \frac{4i-16}{4} = -4 + i$

18 **ج) c)** 25 جذرا المعادلة ذات المعاملات الحقيقية مترافقان: $a - 3i$ و$a + 3i$. فالمعادلة $x^2 - 2ax + (a^2 + 9) = 0$، ومطابقتها لـ $x^2 - 8x + b$ تعطي $a = 4$ و$b = 16 + 9 = 25$.

19 **ج) c)** ± 4 مع $|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$ و$|z_2| = \sqrt{25 + 11} = 6$ و$|z_1| = \sqrt{9 + p^2}$، فـ $6\sqrt{9 + p^2} = 30$ أي $9 + p^2 = 25$ و$p = \pm 4$.

20 ج (c) $y = 7$, $x = 9$ نرتب الطرف الأيمن: $(x-1)+i(2y-5)$. بمساواة الجزأين الحقيقيين $x-1=8$ فيكون $x=9$، وبمساواة التخيليين $2y-5=9$ فيكون $y=7$.

21 ج (c) $|z| \le 3$, $-\frac{\pi}{4} < \text{Arg}(z+1) \le \frac{\pi}{2}$ الدائرة المصمتة تعطي $|z| \le 3$. الشعاع يبدأ من -1 فالسعة لـ $z+1$، ويمتدّ من الأعلى ($\frac{\pi}{2}$، مصمت) إلى الشعاع المنقّط ($-\frac{\pi}{4}$، غير مشمول)، فـ $-\frac{\pi}{4} < \text{Arg}(z+1) \le \frac{\pi}{2}$.

22 د (d) $0 \le Arg(z-2-2i) < \frac{\pi}{4}$ رأس الشعاعين هو $2+2i$، فالمتباينة بدلالة $z-2-2i$. الشعاع الأفقي متصل فيدخل في الحل (≤ 0)، والشعاع المائل بزاوية $\frac{\pi}{4}$ متقطع فيُستثنى ($<\frac{\pi}{4}$)؛ أما $z+2+2i$ فرأسه $-2-2i$.

23 ج (c) 0 ميل المستقيم $4x+2y+2=0$ هو -2، وللمماس الموازي له الميل نفسه. ميل المماس هو $f'(x)=e^x-3$، فنضع $e^x-3=-2$ ومنه $e^x=1$ و $x=0$.

24 د (d) $(-\frac{1}{2},\frac{3}{2})$ نفرض C(t ، t+2) على المستقيم: (BC)² = t² + (t−1)² + (t+3)² = (AC)² + 10 4t² + 4t. هذا القطع المكافئ له أصغر قيمة عند t = −1/2، فالنقطة C(−1/2 ، 3/2).

25 ب (b) $|z-3+2i| \le 2$ من الشكل المركز $(3,-2)$ ونصف القطر 2 والمنطقة المظلّلة داخل الدائرة، فهي $|z-(3-2i)| \le 2$ أي $|z-3+2i| \le 2$.

26 أ (a) المعادلة دائرة مركزها $(-1,\sqrt{3})$ ونصف قطرها 1، وسعة مركزها $\frac{2\pi}{3}$ وبعده عن الأصل 2. المماس من الأصل يصنع مع الخط إلى المركز زاوية جيبها $\frac{1}{2}$ أي $\frac{\pi}{6}$، فالسعة العظمى $\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$

27 ب) ١٦ = (س + ٢)² + (ص − ٣)² المحل الهندسي للنقطة التي تبعد بعدًا ثابتًا عن نقطة ثابتة هو دائرة مركزها النقطة الثابتة ك(−٢، ٣) ونصف قطرها ٤، فمعادلتها (س+٢)² + (ص−٣)² = ١٦.

28 أ) ١ = (ص − ٢)² + (س − ١)² الدائرة تمس محور الصادات فنصف قطرها يساوي بعد المركز (١، ٢) عن هذا المحور وهو ١، فالمعادلة (س−١)² + (ص−٢)² = ١.

29 ج) ٤ = (ص − ٢)² + (س − ١)² الدائرة تمس محور السينات عند (١, ٠) وتمر بالنقطة (١, ٤) على الخط الرأسي نفسه، فهذا قطر طوله ٤ ومركزها (١, ٢) ونصف قطرها ٢. بالصيغة القياسية: (س − ١)² + (ص − ٢)² = ٤.

30 أ) (س − ١)٤ = (ص + ١)² بعد النقطة عن محور الصادات هو |س|، فنساوي: (ص + ١)² + (س − ٢)² = س². بالفك ينتج (س − ١)٤ = ٤س − ٤ = (ص + ١)².

بدك أسئلة أكثر من هالوحدة؟ **بنك الأسئلة كامل** وزكي بيشرحلك أي سؤال، على **tawjihiai.com**

ملفات كل أسبوع وأسئلتكم يجاوب عليها زكي: **انضموا لمجموعتنا على تيليجرام**