أسئلة الوزارة
الرياضيات



الوحدة السادسة

٦

المتجهات

جيل ٢٠٠٩

٣٠ سؤال من امتحانات الوزارة ٢٠٢٣–٢٠٢٦
مفحوصة من الكتاب

✓ جرّب أولاً · الإجابات والشرح في آخر الملف

الموضوع ١: المتجهات في الفضاء

1 وزارة ٢٠٢٦ العام

إذا كانت: $A(3,4,-2)$، و $B(7,-5,3)$، و $C(\alpha,3,-4)$، وكانت D نقطة في الفضاء، حيث: $\vec{AB}=\vec{BD}$، فإنّ متّجه الموقع للنقطة D هو:

a) $\langle -11,14,-8\rangle$

b) $\langle 3,4,-2\rangle$

c) $\langle -3,-4,2\rangle$

d) $\langle 11,-14,8\rangle$

2 وزارة ٢٠٢٦ العام

بالاعتماد على النقطتين $A(3,4,-2)$ و $C(\alpha,3,-4)$، إذا كان: $|\vec{AC}|=\sqrt{21}$، فإنّ قيمة الثابت α ، حيث $\alpha<0$ هي:

a) -19

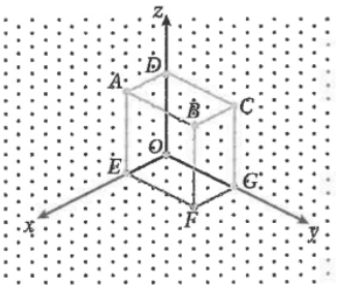
b) -7

c) -4

d) -1

3 وزارة ٢٠٢٦ العام

في متوازي المستطيلات الآتي، إذا كانت إحداثيات الرأس B هي: $(3,5,6)$، فإنّ إحداثيات نقطة منتصف $\overline{AF}$ هي:



a) $(0,\frac{5}{2},3)$

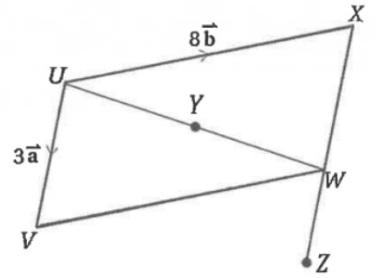
b) $(3,\frac{5}{2},3)$

c) $(3,\frac{5}{2},0)$

d) $(3,0,3)$

4 وزارة ٢٠٢٦ العام

في الشكل الآتي $UXWV$ متوازي أضلاع. إذا كان: $\vec{UX} = 8\vec{b}$ ، و $\vec{UV} = 3\vec{a}$ ، وكانت Y نقطة منتصف $\vec{UW}$، وكان: $XW : WZ = k : 1$، وكان: $\vec{YZ} = 4\vec{b} + \frac{7}{2}\vec{a}$، فإنّ قيمة الثابت k هي:



a) 3	b) $\frac{5}{2}$
c) $\frac{3}{2}$	d) 2

5 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $\vec{u} = \langle 2, 4, \sqrt{k} \rangle$ ، وكان: $|\vec{u}| = 3\sqrt{3}$ ، فإنّ قيمة الثابت k هي:

a) 6	b) 7
c) 9	d) 21

6 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $H(10, 7, 8), G(-2, 3, 2)$ ، فإنّ متّجه الوحدة الذي في اتجاه $\vec{GH}$ هو:

a) $\langle 12, 4, 6 \rangle$	b) $\langle -12, -4, -6 \rangle$
c) $\langle \frac{6}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7} \rangle$	d) $\langle -\frac{6}{7}, -\frac{2}{7}, -\frac{3}{7} \rangle$

7 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان متّجه الموقع للنقطة T هو $\langle 6, -5, 1 \rangle$ ، ومتّجه الموقع للنقطة M هو $\langle 2, 3, -3 \rangle$ ، وكانت النقطة N تقع على TM بحيث أنّ: $\vec{TN} = \frac{1}{3}\vec{NM}$ ، فإنّ متّجه الموقع للنقطة N هو:

a) $\langle -5, 3, 0 \rangle$

b) $\langle 5, -3, 0 \rangle$

c) $\langle \frac{14}{3}, -\frac{7}{3}, \frac{2}{3} \rangle$

d) $\langle -\frac{14}{3}, \frac{7}{3}, \frac{2}{3} \rangle$

8 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $\vec{a} = \langle 2, 0, 3 \rangle, \vec{b} = \langle -1, 1, 1 \rangle$ ، وكان: $p\vec{a} - q\vec{b} = \langle 12, -8, -2 \rangle$ ، فإنّ قيمة $p + q$ هي:

a) 10

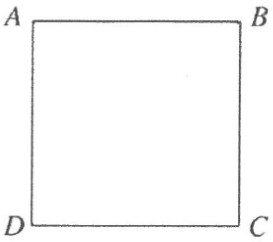
b) -10

c) 6

d) -6

9 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان الشكل الآتي يُمثّل المربع ABCD الذي فيه: A(5, -2, 4) ، B(8, 4, 10) ، C(14, 7, 4)، فإنّ مُتّجه الموقع للنقطة D هو:



a) ⟨2, -8, -2⟩

b) ⟨11, 1, -2⟩

c) ⟨-1, -5, 10⟩

d) ⟨8, 4, 10⟩

10 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

إذا كانت: $A(-5,-8,4)$ ، $B(n,2,-2n)$ ، وكانت: $N(-1,-3,-1)$ نقطة مُنتصف القطعة المُستقيمة $\overline{AB}$ ، فإنّ إحداثيات النقطة B هي:

a) (3, 2, -6)	b) (-3, 2, 6)
c) (-7, 2, 14)	d) (7, 2, 14)

11 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

إذا كان: $\mathbf{f}=5\hat{\imath}-3\hat{\jmath}+7\hat{k}$ ، $\mathbf{g}=10\hat{\imath}+8\hat{\jmath}-5\hat{k}$ ، فإنّ $2\mathbf{f}-\mathbf{g}$ هو:

a) 14ĵ - 19k̂	b) 20î + 14ĵ + 19k̂
c) -14ĵ + 19k̂	d) 20î - 14ĵ + 19k̂

الموضوع ٢: المستقيمات في الفضاء

12 وزارة ٢٠٢٦ العام

إذا كان المستقيم l يوازي المتّجه: $\vec{v}=3\hat{\imath}-5\hat{\jmath}+2\hat{k}$، ويمرّ بالنقطة A التي متّجه موقعها هو: $2\hat{\imath}-\hat{k}$، فإنّ للمستقيم l معادلة متّجهة هي:

a) $\vec{r}=\langle 2,0,-1\rangle+t\langle 3,-5,2\rangle$	b) $\vec{m}=\langle 3,-5,2\rangle+t\langle 2,0,-1\rangle$
c) $\vec{n}=\langle 0,2,-1\rangle+t\langle 3,-5,2\rangle$	d) $\vec{p}=\langle 3,-5,2\rangle+t\langle 0,2,-1\rangle$

13 وزارة ٢٠٢٦ العام

إذا كانت A,B,C ثلاث نقاط في الفضاء، وكان: $\vec{AB}=\langle 3,a+1,3\rangle$ و $\vec{AC}=\langle 4,12,4\rangle$، فإنّ قيمة a التي تجعل النقاط A,B,C تقع على استقامة واحدة هي:

a) 3	b) 10
c) 8	d) 5

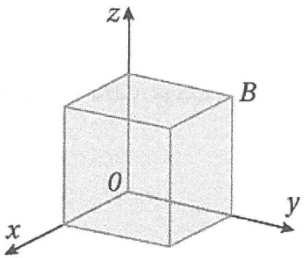
14 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $\vec{u} = \langle -6, 9, b \rangle$ ، و $\vec{v} = \langle 4, a, 6 \rangle$ ، وكان: $\vec{u} \parallel \vec{v}$، فإنّ قيمة الثابت a هي:

a) 6	b) -6
c) 9	d) -9

15 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان الشكل الآتي يُمثّل مكعباً طول ضلعه 6 وحدات، وكانت النقطة M تُمثّل مركز المكعب، فإنّ للمستقيم l المار بالنقطتين B و M معادلة مُتّجهة تُمثّله هي:



a) $\vec{r}$ = ⟨0, 6, 6⟩ + t⟨1, -1, -1⟩	b) $\vec{m}$ = ⟨6, 0, 6⟩ + t⟨1, -1, -1⟩
c) $\vec{n}$ = ⟨3, 3, 3⟩ + t⟨1, -1, 1⟩	d) $\vec{p}$ = ⟨3, 3, 3⟩ + t⟨-1, -1, 1⟩

16 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

إذا كانت: $\vec{\mathbf{r}} = \langle 2, -3, 5 \rangle + t\langle -4, 2, 8 \rangle$ مُعادلة مُتجهة للمستقيم l ، فإنّ إحداثيات نقطة تقاطع المُستقيم l مع المُستوى yz هي:

a) (0, -4, -1)	b) (0, -4, 1)
c) (0, -2, 9)	d) (0, 2, 9)

17 وزارة ٢٠٢٤ العام

إحداثيات النقطة التي تقع على المستقيم l الذي له معادلة متجهة: $\vec{r} = \langle 4, 5, -2 \rangle + t\langle -3, 1, 2 \rangle$ ، وتقع أيضًا في المستوى XZ ، هي:

a) $(19, 0, -12)$	b) $(19, 0, 12)$
c) $(-11, 0, -5)$	d) $(11, 0, -5)$

18 وزارة ٢٠٢٤ العام

إذا كان: $\vec{u} = \langle -2, 1 - a, 3 \rangle$ ، $\vec{v} = \langle b + 1, 4, -6 \rangle$ ، وكان: $\vec{u} \parallel \vec{v}$ ، فإنّ قيمة $(a + b)$ ، هي:

a) 0	b) -3
c) 3	d) 6

19 وزارة ٢٠٢٤ التكميلي

إذا كانت: $\vec{r} = \langle -2, 2, -1 \rangle + t\langle 1, 2, -1 \rangle$ تُمثل معادلة متجهة للمستقيم l ، وكانت النقطة: $(-4a, a - 3, a)$ تقع على المستقيم l ، فإن قيمة الثابت a هي:

a) 1	b) -2
c) -1	d) 2

20 وزارة ٢٠٢٣ التكميلي

إذا كانت: $\vec{\mathbf{r}} = \langle -1, 5, 2 \rangle + t\langle 4, 0, 5 \rangle$ معادلة متجهة للمستقيم l ، و $P(5, 5, 7)$ نقطة غير واقعة عليه، وكانت النقطة F هي مسقط النقطة P على المستقيم l ، فإنّ $\overrightarrow{PF}$ ، هو:

a) $\langle 4 + 4t, 10, 9 + 5t \rangle$	b) $\langle 6 + 4t, 0, 5 + 5t \rangle$
c) $\langle -6 + 4t, 0, -5 + 5t \rangle$	d) $\langle 5 + 4t, 5, 7 + 5t \rangle$

21 وزارة ٢٠٢٣ العام

إذا كانت النقطة $(1, 2a, -1)$ تقع على مستقيم له معادلة متجهة هي: $\vec{r} = \langle -2, 9, 1 \rangle + t\langle 3, -1, -2 \rangle$ ، فإنّ قيمة الثابت a هي:

a) -4	b) 4
c) -8	d) 8

الموضوع ٣: الضرب القياسي

22 وزارة ٢٠٢٦ العام

إذا كانت P, N, M ثلاث نقاط في الفضاء، وكان: $\vec{MN} = \langle 2, 3, 1 \rangle$ ، و $\vec{PN} = \langle -1, 9, -3 \rangle$، فإنّ $\vec{MN} \cdot \vec{MP}$ يساوي:

a) -8	b) 8
c) -22	d) 22

23 وزارة ٢٠٢٦ العام

إذا كان ABC مثلثًا فيه: $\vec{BA} = \langle 4, -2, -4 \rangle$ ، و $\vec{BC} = \langle 10, -2, 11 \rangle$، فإنّ مساحته بالوحدات المربّعة تساوي:

a) 90	b) 45
c) 30	d) 54

24 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $|\vec{v}| = |\vec{w}| = \sqrt{2}$، وكان: $\vec{v} \cdot \vec{w} = -1$، فإنّ قياس الزاوية بين المُتّجهين $\vec{v}$ و $\vec{w}$ هو:

a) 45°	b) 60°
c) 120°	d) 180°

25 وزارة ٢٠٢٤ التكميلي

إذا كان قياس الزاوية بين المتجهين $\vec{a}, \vec{b}$ يساوي 60° ، وكان $\vec{a} \cdot \vec{b} = 60$ ، وكان $|\vec{a}| = 10$ ، فإن $|\vec{b}|$ هو:

a) 3	b) 6
c) 12	d) 24

26 وزارة ٢٠٢٤ التكميلي

إذا كان قياس الزاوية بين $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هو 45° ، وكان: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 18$ ، وكان: $|\vec{a}| = 6$ ، فإن مقدار $\vec{b}$ هو:

a) 3	b) $3\sqrt{2}$
c) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$	d) $18\sqrt{2}$

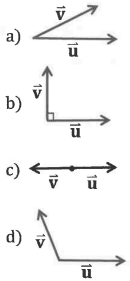
27 وزارة ٢٠٢٣ التكميلي

إذا كان: $\vec{\mathbf{c}} = \langle 1, -2, 6 \rangle$ ، $A(2,1,4)$, $B(-3,0,4)$ ، وكان $\vec{\mathbf{u}} = \overrightarrow{AB}$ ، فإنّ $\vec{\mathbf{u}} \cdot \vec{\mathbf{c}}$ يساوي:

a) -3	b) 3
c) -7	d) 7

28 وزارة ٢٠٢٣ التكميلي

إذا كان: $\vec{u}$, $\vec{v}$ متجهين غير صفريين، وكان $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ ، فإنّ الشكل الأنسب للتعبير عن المتجهين $\vec{u}$, $\vec{v}$ هندسيًّا من الأشكال الآتية، هو:



a) الرسم (a) في الشكل	b) الرسم (b) في الشكل
c) الرسم (c) في الشكل	d) الرسم (d) في الشكل

29 وزارة ٢٠٢٣ العام

إذا كان: $\vec{w} = \langle 3, -1, 3 \rangle$ ، $\vec{v} = \langle -2, 1, 1 \rangle$ ، فإنّ قيمة $\vec{v} \cdot \vec{w}$ هي:

10	-4
-10	4

30 وزارة ٢٠٢٣ العام

إذا كان: $\vec{u} = \langle 13, -3, 6 \rangle$ ، $\vec{v} = \langle 3c, 2, -12 \rangle$ متعامدين، فإنّ قيمة الثابت c هي:

2 (a	-2 (b
$\frac{13}{3}$ (c	$\frac{32}{3}$ (d

مفتاح الإجابات

1 د	2 د	3 ب	4 ج	5 ب
6 ج	7 ب	8 أ	9 ب	10 أ
11 ج	12 أ	13 ج	14 ب	15 أ
16 ج	17 أ	18 د	19 أ	20 ج
21 ب	22 أ	23 ب	24 ج	25 ج
26 ب	27 أ	28 ب	29 ب	30 أ

الحل والشرح

1 د) d) $\vec{AB} = \langle 4, -9, 5\rangle$ ومتجه موقع D = متجه موقع B + $\vec{BD} = \langle 11, -14, 8\rangle + \langle 7, -5, 3\rangle = \langle 4, -9, 5\rangle$

2 د) d) $(\alpha - 3)^2 + (-1)^2 + (-2)^2 = 21$ فـ $(\alpha - 3)^2 = 16$ و $\alpha = -1$ أو 7، والمطلوب $\alpha < 0$ فـ $\alpha = -1$.

3 ب) b) من الشكل $A = (3, 0, 6)$ و $F = (3, 5, 0)$؛ منتصف $\overline{AF} = \left(\frac{3+3}{2}, \frac{0+5}{2}, \frac{6+0}{2}\right) = (3, \frac{5}{2}, 3)$

4 ج) c) ضلعا المتوازي المتقابلان متوازيان ومتساويان: $\vec{XW} = \vec{UV} = 3\vec{a}$ و $\vec{UW} = 8\vec{b} + 3\vec{a}$ فـ $\vec{YW} = 4\vec{b} + \frac{3}{2}\vec{a}$ إذن $\vec{WZ} = \vec{YZ} - \vec{YW} = 2\vec{a}$ و $1 = 3 : 2 = k$، أي $k = \frac{3}{2}$.

5 ب) 7 b) $|\vec{u}|^2 = 4 + 16 + k = 27$، أي $\sqrt{4 + 16 + k} = 3\sqrt{3}$ ومنه $k = 7$.

6 ج) c) $\overrightarrow{GH} = \langle 12, 4, 6\rangle$ ومقداره $\sqrt{144 + 16 + 36} = 14$، فمتجه الوحدة $\langle \frac{6}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}\rangle$.

7 ب) b) $\overrightarrow{TN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NM}$ تعني أن N تبعد $\frac{1}{4}$ من TM عن T، فمتجه موقعها $T + \frac{1}{4}(M - T) = \langle 6 - 1, -5 + 2, 1 - 1\rangle = \langle 5, -3, 0\rangle$

8 **أ) 10 a)** $p\vec{a} - q\vec{b} = \langle 2p+q, -q, 3p-q\rangle = \langle 12, -8, -2\rangle$ من الثاني $q = 8$، ومن الأول $p = 2$، والثالث يتحقق، فيكون $p + q = 10$.

9 **ب) ⟨11, 1, -2⟩ b)** في المربع $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ فمتجه موقع D هو $A + C - B = \langle 5 + 14 - 8, -2 + 7 - 4, 4 + 4 - 10\rangle = \langle 11, 1, -2\rangle$

10 **أ) (3, 2, -6) a)** نقطة المنتصف إحداثياتها متوسط إحداثيات الطرفين: $\frac{-5+n}{2} = -1$ فـ $n = 3$، فتكون $B(3, 2, -6)$، ويتحقق ذلك أيضًا في الإحداثيين الآخرين.

11 **ج) -14ĵ + 19k̂ c)** نضرب $\vec{f}$ في 2 فنحصل على $\langle 10, -6, 14\rangle$، ثمّ نطرح $\vec{g} = \langle 10, 8, -5\rangle$ إحداثيًا بإحداثي، فالناتج $\langle 0, -14, 19\rangle = -14\hat{\jmath} + 19\hat{k}$

12 **أ) a)** المعادلة المتجهة $\vec{r} = \langle 2, 0, -1\rangle + t\langle 3, -5, 2\rangle$ حيث $\vec{r} = \vec{r_0} + t\vec{v}$ متجه موقع A و $\vec{r_0} = \langle 2, 0, -1\rangle$ متجه الاتجاه $\vec{v} = \langle 3, -5, 2\rangle$.

13 **ج) c)** 8 تقع النقاط على استقامة واحدة إذا كان $\vec{AB} \parallel \vec{AC}$. $\vec{AC} = 4\langle 1, 3, 1\rangle$ فيجب أن يكون $\vec{AB} = 3\langle 1, 3, 1\rangle$ أي $a + 1 = 9$ و $a = 8$.

14 **ب) -6 b)** المتجهان المتوازيان يكون أحدهما مضروبًا في عدد في الآخر: $\langle 4, a, 6\rangle = k\langle -6, 9, b\rangle$ من المركبة الأولى $k = -\frac{2}{3}$ فتكون $a = 9k = -6$.

15 **أ) r⃗ = ⟨0, 6, 6⟩ + t⟨1, -1, -1⟩ a)** من الشكل $B(0, 6, 6)$ ومركز المكعب $M(3, 3, 3)$، فاتجاه المستقيم $\overrightarrow{BM} = \langle 3, -3, -3\rangle$ يوازي $\langle 1, -1, -1\rangle$. المعادلة $\vec{r} = \vec{r_0} + t\vec{v}$ بنقطة B.

16 **ج) (0, -2, 9) c)** يقع المستقيم في المستوى yz حين x = 0: 2 - 4t = 0 فتكون t = 1/2. عندئذ y = -3 + 2(1/2) = -2 و z = 5 + 8(1/2) = 9، فالنقطة (0, -2, 9).

17 **أ) a)** النقطة في المستوى XZ إحداثيها $y = 0$: $5 + t = 0$ فـ $t = -5$. إذن $x = 19$ و $z = -2 - 10 = -12$.

18 **د) 6 d)** النسب متساوية: $\frac{b+1}{-2} = \frac{4}{1-a} = \frac{-6}{3} = -2$ فـ $b + 1 = 4$ أي $b = 3$، و $1 - a = -2$ أي $a = 3$، والمجموع 6.

19 **أ) 1 a)** النقطة على المستقيم تحقق: $-4a = -2 + t$ و $a - 3 = 2 + 2t$. من الأولى والثالثة: $t = 2 - 4a$ و $a = -3 + 4a$ فيكون $a = 1$، $t = -2$، وتتحقق المعادلة الثانية: $-2 = 2 - 4$.

20 **ج) (c)** النقطة F على المستقيم $\langle -6+4t, 0, -5+5t\rangle$ فإحداثياتها $(-1+4t,\ 5,\ 2+5t)$. و $\overrightarrow{PF} = F - P = \langle -1+4t-5,\ 5-5,\ 2+5t-7\rangle = \langle -6+4t,\ 0,\ -5+5t\rangle$

21 **ب) 4 (b)** النقطة على المستقيم إذا وُجد t يحقق $\langle 1, 2a, -1\rangle = \langle -2, 9, 1\rangle + t\langle 3, -1, -2\rangle$ من المركبة الأولى $-2+3t=1$ فيكون $t=1$ (وتتحقق الثالثة)، ومن الثانية $2a = 9-1 = 8$ أي $a=4$.

22 **أ) (a)** $\vec{MP} = \vec{PN} - \vec{MN} = \langle -1,9,-3\rangle - \langle 2,3,1\rangle = \langle -3,6,-4\rangle$ فـ $\vec{MN}\cdot\vec{MP} = 6 - 8 = -18+4 = -8$

23 **ب) 45 (b)** $\vec{BA}\cdot\vec{BC} = 40+4-44 = 0$ فالزاوية عند B قائمة. $|\vec{BA}| = 6$ و $|\vec{BC}| = 15$، فالمساحة $= \frac{1}{2}\times 6\times 15 = 45$

24 **ج) 120° (c)** $\cos\theta = \frac{\vec{v}\cdot\vec{w}}{|\vec{v}||\vec{w}|} = \frac{-1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$ فالزاوية 120°.

25 **ج) 12 (c)** من $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta : 60 = 10|\vec{b}|\cos 60^\circ = 10|\vec{b}|\times\frac{1}{2} = 5|\vec{b}|$ إذن $|\vec{b}| = 12$.

26 **ب) $3\sqrt{2}$ (b)** من $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta : 18 = 6|\vec{b}|\cos 45^\circ = 6|\vec{b}|\frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\,|\vec{b}|$ إذن $|\vec{b}| = \frac{18}{3\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

27 **أ) -3 a)** $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \langle -3-2,\ 0-1,\ 4-4\rangle = \langle -5,-1,0\rangle$ إذن $\vec{u}\cdot\vec{c} = (-5)(1) + (-1)(-2) + 0(6) = -5+2+0 = -3$

28 **ب) الرسم (b) في الشكل** ناتج الضرب القياسي صفر يعني أن الزاوية بين المتجهين قائمة، أي أنهما متعامدان. وهذا ما يظهر في الرسم (b) الذي فيه علامة الزاوية القائمة، أما الرسوم الأخرى فزواياها حادة أو منفرجة أو مستقيمة.

29 **ب)** الضرب القياسي: $(3)(-2) + (-1)(1) + (3)(1) = -6-1+3 = -4$

30 **أ) 2 a)** المتجهان المتعامدان ضربهما القياسي صفر: $13(3c) + (-3)(2) + 6(-12) = 39c - 72 = 0$ فيكون $39c = 78$ و $c = 2$.

بدك أسئلة أكثر من هالوحدة؟ **بنك الأسئلة كامل** وزكي بيشرحلك أي سؤال، على **tawjihiai.com**

ملفات كل أسبوع وأسئلتكم يجاوب عليها زكي: **انضموا لمجموعتنا على تيليجرام**