أسئلة الوزارة
الرياضيات



الوحدة السابعة

٧

الإحصاء والاحتمالات

جيل ٢٠٠٩

٣٠ سؤال من امتحانات الوزارة ٢٠٢٣–٢٠٢٦
مفحوصة من الكتاب

✓ جرّب أولاً · الإجابات والشرح في آخر الملف

الموضوع ١: التوزيع الهندسي وتوزيع ذي الحدين

1 وزارة ٢٠٢٦ العام

إذا كان: $X \sim Geo(p)$، وكان: $\frac{P(X=2)}{P(X=5)} = \frac{125}{8}$ ، فإنّ التوقّع للمتغيّر العشوائي X هو:

a) $\frac{3}{5}$

b) $\frac{5}{3}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{5}{2}$

2 وزارة ٢٠٢٦ العام

يختار قسم ضَبْط الجودة في أحد مصانع الأجهزة الإلكترونية عيّنة عشوائية مكوّنة من 7 رقاقات من كلّ شحنة لفحصها، وتُرفَض الشحنة إذا وُجدت في العيّنة رقاقتان معيبتان فأكثر. إذا كانت نسبة الرقاقات المعيبة لدى أحد المورّدين 10%، فإنّ احتمال رَفْض الشركة لشحنة المورّد هو تقريبًا:

a) 0.5217

b) 0.4783

c) 0.8503

d) 0.1497

3 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

إذا كان: $X \sim Geo(p)$ ، وكان $P(X < 2) = 0.6$ ، فإنّ احتمال النجاح في كلّ مرّة يساوي:

a) 0.36

b) 0.24

c) 0.4

d) 0.6

4 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

إذا كان: $X \sim Geo\left(\frac{3}{8}\right)$ ، فإنّ $E(X)$ هو:

a) $\frac{8}{5}$

b) $\frac{5}{8}$

c) $\frac{8}{3}$

d) $\frac{3}{8}$

5 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

وفقًا لنموذج الخدمة الإلكتروني في إحدى الشركات، تبيّن رضا 85% من الزبائن عن خدمات الشركة. إذا قدّمت الشركة خدماتها لـ 10 زبائن في أحد الأيام، ودلّ المُتغيّر العشوائي X على عدد الزبائن الراضين عن خدمات الشركة، فأيّ ممّا يأتي يُعبّر عن ذلك بالرموز؟

a) $X \sim B(10, 0.85)$

b) $X \sim B(10, 0.15)$

c) $X \sim Geo(0.85)$

d) $X \sim Geo(0.15)$

6 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

إذا كان: $X \sim B(3, p)$ ، وكان $P(X \leq 2) = \frac{37}{64}$ ، فإنّ $P(X = 3)$ هو:

a) $\frac{37}{64}$

b) $\frac{27}{64}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{1}{4}$

7 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

إذا كان: $X \sim B(n, 0.6)$ ، وكان $Var(X) = 2.4$ ، فإنّ $E(X)$ تساوي:

a) 8

b) 6

c) 4

d) 3

8 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا دلّ المتغير العشوائي X على عدد المحاولات في تجربة إلقاء حجر نرد سداسي منتظم، والتوقف عند ظهور العدد 5 لأول مرة، فأي مما يأتي يُعبر عن ذلك بالرموز؟

a) $X \sim B(5, \frac{1}{6})$

b) $X \sim Geo(\frac{1}{6})$

c) $X \sim B(5, \frac{5}{6})$

d) $X \sim Geo(\frac{5}{6})$

9 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $X \sim Geo(0.6)$ ، فإنّ $P(X = 3)$ يساوي:

a) 0.336	b) 0.144
c) 0.904	d) 0.096

10 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $X \sim Geo(p)$ ، وكان $E(X) = 5$ ، فإنّ $P(X > 2)$ يساوي:

a) $\frac{1}{5}$	b) $\frac{4}{5}$
c) $\frac{16}{25}$	d) $\frac{1}{25}$

11 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $X \sim B(5, 0.3)$ ، فإنّ قيمة $P(3 \leq X < 4)$ تساوي:

a) 0.1323	b) 0.02835
c) 0.16065	d) 0.3087

12 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $X \sim B(n, p)$ ، وكان $Var(X) = 5.6$ ، $E(X) = 14$ ، فإنّ قيمة p ، هي:

a) 0.4	b) 0.6
c) 0.071	d) 0.178

13 وزارة ٢٠٢٥ العام

إحدى التجارب الآتية تُمثّل تجربة احتمالية هندسية:

a) إلقاء 20 قطعة نقدية منتظمة متمايزة، ثمّ كتابة عدد الصور التي ظهرت	b) إلقاء حجر نرد منتظم ذي ستة أوجه بشكل متكرّر، ثمّ التوقّف عند ظهور العدد 3
c) اختيار 8 طلبة عشوائياً من بين طلبة صف فيه 36 طالباً، ثمّ تسجيل هواياتهم	d) فَحْص 100 عبوّة عشوائياً من بين 5000 عبوّة في مصنع للألبان، ثمّ تحديد التالف منها

14 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $X \sim Geo(p)$ ، وكان: $P(X > 3) = 0.512$ ، فإنّ توقّع المتغيّر العشوائي X هو :

a) 1.25

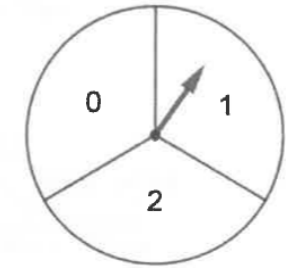
b) 1.8

c) 4

d) 5

15 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

يُمثّل الشكل الآتي قُرصًا مُقسّمًا إلى ثلاثة قطاعات دائرية متطابقة. إذا دلّ المتغيّر العشوائي X على عدد مرات تدوير مؤشر القرص حتى يقف عند القطاع الذي يحمل العدد 0 أول مرة، فإنّ قيمة $E(X)$ هي:



a) $\frac{1}{2}$

b) 2

c) $\frac{1}{3}$

d) 3

الموضوع ٢: التوزيع الطبيعي

16 وزارة ٢٠٢٦ العام

يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي الذي يُمثّل بعضًا من قِيَم جدول التوزيع الطبيعي المعياري للإجابة عن الفقرات (48) و (49) و (50).

إذا كان: $X \sim N(105, 225)$، فإنّ $P(X < 96)$ هو:

z	0	0.6	0.64	0.7	2.05	2.06
$P(Z < z)$	0.5000	0.7257	0.7389	0.7580	0.9798	0.9803

a) 0.4761

b) 0.5239

c) 0.7257

d) 0.2743

17 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

إذا كان: $X \sim N(50, 2^2)$ ، وكان $P(X < 52) = 0.84$ ، فإنّ $P(48 < X < 52)$ يساوي:

a) 0.16

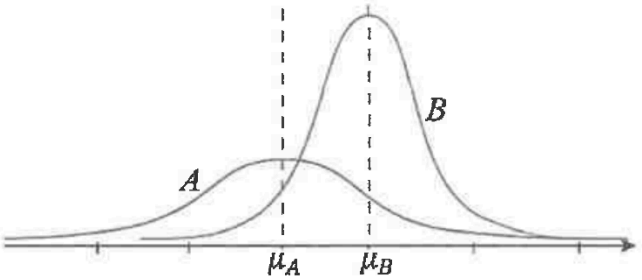
b) 0.95

c) 0.84

d) 0.68

18 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

يُمثّل كل من المُنحنيين الآتيين توزيعًا طبيعيًّا. إذا علمت أنّ الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمُنحنى A على التوالي هما μ_A و σ_A ، والوسط الحسابي والانحراف المعياري للمُنحنى B على التوالي هما μ_B و σ_B ، فأي العلاقات الآتية تُمثّل المقارنة الصحيحة بين هذين التوزيعين من حيث الوسط الحسابي والانحراف المعياري معًا؟



a) $\mu_B > \mu_A, \sigma_B > \sigma_A$

b) $\mu_B > \mu_A, \sigma_B < \sigma_A$

c) $\mu_B < \mu_A, \sigma_B > \sigma_A$

d) $\mu_B < \mu_A, \sigma_B < \sigma_A$

19 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

إذا كان: $Z \sim N(0,1)$ ، وكان $P(Z < 1.6) = 0.9452$ ، فإنّ $P(0 < Z < 1.6)$ يساوي:

a) 0.0548

b) 0.5548

c) 0.9452

d) 0.4452

20 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

إذا كان: $X \sim N(64, \sigma^2)$ ، وكانت القيمة المعيارية التي تُقابل $x = 70$ ، هي $z = 1.2$ ، فإنّ قيمة الانحراف المعياري تساوي:

a) 5

b) 25

c) 8

d) 64

21 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

إذا كان: $X \sim N(30, 9)$ ، وكان $P(Z < 1.1) = 0.8643$ ، فإنّ $P(X > 26.7)$ يساوي:

a) 0.1357	b) 0.3643
c) 0.8643	d) 0.5643

22 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ، وكان $P(X < \mu + 2\sigma) = 0.975$ ، فإنّ النسبة المئوية للبيانات التي تقلّ عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين ، هي:

a) 97.5%	b) 2.5%
c) 47.5%	d) 95%

23 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $Z \sim N(0, 1)$ ، وكان $P(-z < Z < z) = 0.697$ ، فإنّ $P(Z > z)$ يساوي:

a) 0.303	b) 0.3485
c) 0.197	d) 0.1515

24 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $Z \sim N(0, 1)$ ، وكان $P(0 < Z < 1.5) = 0.4332$ ، فإنّ $P(Z < -1.5)$ يساوي:

a) 0.9332	b) 0.5668
c) 0.0668	d) 0.4332

25 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $X \sim N(36, 3^2)$ ، فإنّ قيمة x التي تُقابل القيمة المعيارية $z = -2$ ، هي:

a) 54	b) 30
c) 42	d) 18

26 وزارة ٢٠٢٥ العام

يُمثّل المتغير العشوائي X كُتل 2000 كيس معبأة بحبوب العدس (بالغرام). حيث $X \sim N(450, 4)$. إذا علمت أنّ $P(Z < 2.5) = 0.9938$ ، $P(Z < 1.25) = 0.8944$ ، فما عدد أكياس العدس التي يقلّ كتلة كلّ منها عن 445 g تقريبًا؟

a) 12

b) 211

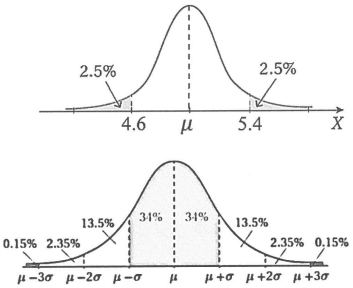
c) 1988

d) 1789

27 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان منحنى التوزيع الطبيعي المجاور يُمثّل نمذجة لأطوال أقطار مسامير (بالمليمتر) التي يُنتجها مصنع، فإنّ الانحراف المعياري لأطوال المسامير التي يُنتجها المصنع هو :

ملحوظة: يُمكنك الاستفادة من القاعدة التجريبية الآتية:



a) 0.4

b) 0.2

c) 0.6

d) 0.1

28 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ، وكان: $P(X < \mu - k) = 0.12$ ، حيث k ثابت موجب، فإنّ قيمة $P(\mu - k < X < \mu + k)$ هي:

a) 0.76

b) 0.88

c) 0.12

d) 0.24

29 وزارة ٢٠٢٥ العام

إذا كان: $X \sim N(230, 25)$ ، وكان: $P(230 < X < x) = 0.4$ ، فإنّ قيمة x هي:

ملحوظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي الذي يُمثّل بعضًا من قيم جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

z	0	1.28	1.29	1.5	1.75
$P(Z < z)$	0.5000	0.8997	0.9015	0.9332	0.9599

a) 237

b) 236.4

c) 237.5

d) 235

30 وزارة ٢٠٢٥ التكميلي

توصلت دراسة إلى أنّ أعمار النساء في إحدى الدول تتبع توزيعًا طبيعيًا وسطه الحسابي 72 عامًا، وانحرافه المعياري 6 أعوام. إذا اختيرت امرأة عشوائيًا فإنّ احتمال أن يقلّ عُمرها عن 60 عامًا هو:

ملحوظة: استعمل الجدول الآتي الذي يمثّل بعضًا من قيم جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

z	0	0.5	1	1.5	2	2.5
$P(Z < z)$	0.5000	0.6915	0.8413	0.9332	0.9772	0.9933

a) 0.9772

b) 0.5228

c) 0.4772

d) 0.0228

مفتاح الإجابات

1 ب	2 د	3 د	4 ج	5 أ
6 ب	7 ب	8 ب	9 د	10 ج
11 أ	12 ب	13 ب	14 د	15 د
16 د	17 د	18 ب	19 د	20 أ
21 ج	22 ج	23 د	24 ج	25 ب
26 أ	27 ب	28 أ	29 ب	30 د

الحل والشرح

1 **ب) b)** فالنسبة $P(X=k)=(1-p)^{k-1}p$ $\frac{5}{3}$ $\frac{P(2)}{P(5)}=\frac{1}{(1-p)^3}=\frac{125}{8}$ فـ $1-p=\frac{2}{5}$ و $p=\frac{3}{5}$، والتوقع $E(X)=\frac{1}{p}=\frac{5}{3}$

2 **د) d)** $P(X\geq 2)=1-P(0)-P(1)=1-0.9^7-7(0.1)(0.9^6)\approx 1-0.4783-0.1497=0.3720$

3 **د) 0.6 d)** $P(X<2)=P(X=1)=p(1-p)^0=p$ فاحتمال النجاح $p=0.6$.

4 **ج) c)** توقع المتغير الهندسي $E(X)=\frac{1}{p}=\frac{1}{3/8}=\frac{8}{3}$ $\frac{8}{3}$

5 **أ) a)** عدد الزبائن $X\sim B(10,0.85)$ 10 ثابت مسبقًا، والنجاح (الرضا) باحتمال ثابت 0.85، فهذه تجربة ذات حدّين: $X\sim B(10,0.85)$. التوزيع الهندسي لا يناسب لأن عدد المحاولات هنا محدّد.

6 **ب) b)** قيم X هي 0 و1 و2 و3، ومجموع احتمالاتها 1، فـ $P(X=3)=1-P(X\leq 2)=1-\frac{37}{64}=\frac{27}{64}$ $\frac{27}{64}$

7 **ب) 6 b)** $Var(X)=(1-p)E(X)$ فـ $2.4=0.4\,E(X)$ ومنه $E(X)=6$.

8 **ب) b)** $X \sim Geo(\frac{1}{6})$ المحاولات مستقلة ومتكررة حتى أول نجاح، والنجاح هو ظهور العدد 5 باحتمال $\frac{1}{6}$، فهي تجربة هندسية $X \sim Geo(\frac{1}{6})$.

9 **د) 0.096 d)** نعوّض $p = 0.6$ في $P(X = x) = p(1-p)^{x-1}$: $= 0.6 \times 0.4^2 = 0.6 \times 0.16 = 0.096$

10 **ج) c)** $E(X) = \frac{1}{p} = 5$ فيكون $p = \frac{1}{5}$. و$P(X > 2)$ يعني فشل أول محاولتين: $(1-p)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$

11 **أ) 0.1323 a)** $3 \leq X < 4$ تعني $X = 3$ فقط: $P(X = 3) = \binom{5}{3}(0.3)^3(0.7)^2 = 10 \times 0.027 \times 0.49 = 0.1323$

12 **ب) 0.6 b)** $np = 14$ و$np(1-p) = 5.6$، فبالقسمة $1 - p = \frac{5.6}{14} = 0.4$ ومنه $p = 0.6$.

13 **ب) b) إلقاء حجر نرد منتظم ذي ستة أوجه بشكل متكرّر، ثمّ التوقّف عند ظهور العدد 3** التجربة الهندسية تكرر محاولات مستقلة ثابتة الاحتمال وتتوقف عند أول نجاح، وهذا ما في إلقاء النرد حتى يظهر العدد ٣. أما بقية الخيارات فعدد محاولاتها ثابت.

14 **د) 5 d)** $P(X > 3)$ تعني فشل أول ثلاث محاولات، أي $(1-p)^3 = 0.512$ فيكون $1 - p = 0.8$ و$p = 0.2$. التوقع $E(X) = \frac{1}{p} = 5$.

15 **د) 3 d)** المؤشر يقف عند القطاع 0 باحتمال $p = \frac{1}{3}$ في كل دورة، والمتغير هندسي، فالتوقع $E(X) = \frac{1}{p} = 3$.

16 **د) 0.2743 d)** $\sigma = 15$ و $z = \frac{96-105}{15} = -0.6$، فـ $P(Z < -0.6) = 1 - P(Z < 0.6) = 1 - 0.7257 = 0.2743$

17 **د) 0.68 d)** الوسط 50 والانحراف 2، فالقيمتان 48 و52 هما $\mu - \sigma$ و$\mu + \sigma$، وبالقاعدة التجريبية يقع بينهما 68% تقريبًا، أي 0.68.

18 **ب) b)** $\mu_B > \mu_A, \sigma_B < \sigma_A$ منحنى B مركزه أبعد إلى اليمين فـ $\mu_B > \mu_A$، وهو أعلى وأضيق، بينما A أكثر انتشارًا، لأن زيادة الانحراف المعياري تجعل المنحنى أكثر انتشارًا، فـ $\sigma_B < \sigma_A$.

19 **د) 0.4452 d)** $P(0 < Z < 1.6) = P(Z < 1.6) - P(Z < 0)$ والمنحنى المعياري متماثل حول 0 فـ $P(Z < 0) = 0.5$، فالناتج $0.9452 - 0.5 = 0.4452$.

20 **أ) 5 (a)** نعوّض في $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$: $1.2 = \frac{70-64}{\sigma}$ فـ $\sigma = \frac{6}{1.2} = 5$.

21 **ج) 0.8643 (c)** $\sigma = 3$، فالقيمة المعيارية لـ 26.7 هي $z = \frac{26.7-30}{3} = -1.1$، و $P(X > 26.7) = P(Z > -1.1) = P(Z < 1.1) = 0.8643$

22 **ج) 47.5% (c)** $P(\mu < X < \mu + 2\sigma) = 0.975 - 0.5 = 0.475$ والتوزيع متماثل حول الوسط، فنسبة القيم التي تقل عن الوسط بمقدار لا يزيد على 2σ هي ٤٧٫٥٪.

23 **د) 0.1515 (d)** المساحة خارج المجال $(-z, z)$ تساوي $1 - 0.697 = 0.303$، وبالتماثل يكون كل ذيل نصفها، فـ $P(Z > z) = 0.1515$.

24 **ج) 0.0668 (c)** $P(Z < 1.5) = 0.5 + 0.4332 = 0.9332$ فبالقاعدة $P(Z < -z) = 1 - P(Z < z)$ يكون $P(Z < -1.5) = 1 - 0.9332 = 0.0668$.

25 **ب) 30 (b)** من $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ نجد $x = \mu + z\sigma = 36 + (-2)(3) = 30$

26 **أ) 12 (a)** $\sigma = 2$ فالقيمة المعيارية $z = \frac{445-450}{2} = -2.5$. $P(Z < -2.5) = 1 - 0.9938 = 0.0062$، فالعدد $2000 \times 0.0062 \approx 12$.

27 **ب) 0.2 (b)** من الشكل يقع ٩٥٪ من القيم بين 4.6 و5.4، أي بين $\mu - 2\sigma$ و$\mu + 2\sigma$، فالوسط 5 و$2\sigma = 0.4$، ومنه $\sigma = 0.2$.

28 **أ) 0.76 (a)** التوزيع متماثل حول الوسط، فـ $P(X < \mu - k) = 0.12$ إذن $P(\mu - k < X < \mu + k) = 1 - 0.12 - 0.12 = 0.76$

29 **ب) 236.4 (b)** $\sigma = 5$، و$P(230 < X < x) = 0.4$ تعني $P(X < x) = 0.9$. من الجدول أقرب قيمة $z = 1.28$، فنحسب $x = 230 + 1.28 \times 5 = 236.4$.

30 **د) 0.0228 (d)** نحوّل إلى القيمة المعيارية: $z = \frac{60-72}{6} = -2$، فـ $P(X < 60) = P(Z < -2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0.9772 = 0.0228$ حسب الجدول.

بدك أسئلة أكثر من هالوحدة؟ **بنك الأسئلة كامل** وزكي بيشرحلك أي سؤال، على **tawjihiai.com**

ملفات كل أسبوع وأسئلتكم يجاوب عليها زكي: **انضموا لمجموعتنا على تيليجرام**